

**Занятие 2: метод математической индукции**

- 1) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n + 1)/2$ .
- 2) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(2n + 1)/6$ .
- 3) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1^3 + 2^3 + 3^2 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$ .
- 4) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = \frac{n}{n + 1}.$$

- 5) Докажите, что  $2^n > n$  при всех натуральных  $n$ .
- 6) Докажите, что  $2^n > n^2$  при  $n > 4$ .
- 7) Докажите, что  $n! > 2^n$  при  $n > 3$ .
- 8) Число  $x + x^{-1}$  целое. Доказать, что число  $x^n + x^{-n}$  целое при любом натуральном  $n$ .
- 9) Докажите, что число  $111 \dots 111$  ( $3^n$  единиц) делится на  $3^n$  при любом  $n$ .
- 10) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $4^n - 1$  делится на 3.
- 11) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $5^n + 3$  делится на 4.
- 12) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $6^{2n+1} + 1$  делится на 7.

**Занятие 2: метод математической индукции**

- 1) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n + 1)/2$ .
- 2) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(2n + 1)/6$ .
- 3) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:  $1^3 + 2^3 + 3^2 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$ .
- 4) Докажите, что (при любом  $n \geq 1$ ) верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = \frac{n}{n + 1}.$$

- 5) Докажите, что  $2^n > n$  при всех натуральных  $n$ .
- 6) Докажите, что  $2^n > n^2$  при  $n > 4$ .
- 7) Докажите, что  $n! > 2^n$  при  $n > 3$ .
- 8) Число  $x + x^{-1}$  целое. Доказать, что число  $x^n + x^{-n}$  целое при любом натуральном  $n$ .
- 9) Докажите, что число  $111 \dots 111$  ( $3^n$  единиц) делится на  $3^n$  при любом  $n$ .
- 10) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $4^n - 1$  делится на 3.
- 11) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $5^n + 3$  делится на 4.
- 12) Докажите, что при любом натуральном  $n$  число  $6^{2n+1} + 1$  делится на 7.