

Занятие 17: комбинаторика

Задачи

- 1) Каких 7-значных чисел больше: тех, в чьей записи есть цифра 1, или остальных?
- 2) Сколькими способами можно расставить 25 школьников в шеренгу, чтобы хулиган Петя не стоял рядом с Машей?
- 3) Маша готовит суп. Она может положить в кастрюлю с водой следующие ингредиенты: мясо, овощи, соль, сахар, макароны и соус. Сколько разных супов может приготовить Маша? (Маша кладёт либо весь имеющийся у неё запас какого-либо ингредиента, либо не кладет его совсем.)
- 4) Сколько других слов (не обязательно осмысленных) можно составить из букв слова БАОБАБ?
- 5) Сколькими способами можно выбрать
 - а) старосту, старшего дежурного и ответственного за проездные билеты в классе из 30 человек?
 - б) трех дежурных в классе из 30 человек?
- 6) Сколько существует шестизначных чисел, в которых каждая последующая цифра меньше предыдущей?
- 7) Садовник хочет высадить в ряд 3 груши, 4 яблони и 5 слив. Сколькими способами он может это сделать?
- 8) Докажите, что $77 \cdot 78 \cdot 79 \cdot \dots \cdot 117$ делится на 41!
- 9) В магазине продаются конфеты 5 различных сортов. Сколькими способами можно купить 17 конфет?
- 10) Сколькими способами можно разделить лежащие в ряд k шаров перегородками на n непустых подмножеств ($n \leq k$)?
- 11) Сколькими способами можно расставить n перегородок между k лежащими в ряд одинаковыми шарами, если перегородки можно ставить как угодно (т.е. между двумя перегородками может не быть ни одного шара)?
- 12) Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт так, чтобы среди них был
 - а) ровно 1 туз? б) хотя бы 1 туз?
- 13) Сколькими способами можно разложить три монеты по 1 рублю и 10 монет по 5 рублей в
 - а) 4 разных пакета? б) 4 одинаковых пакета?
- 14) Билет с номером от 000000 до 999999 называется зелёным, если какие-то две соседние цифры номера различаются на 5. Найдите количество зелёных билетов.
- 15) В языке племени ООООЮООЮООЮОО есть две буквы: О и Ю. Две буквы Ю не могут идти подряд. Любые другие сочетания букв образуют слово. Найдите количество 11-буквенных слов в языке племени ООООЮООЮООЮОО.

Сводная таблица

Число способов упорядочить n элементов (число перестановок):

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n.$$

Число способов выбрать k элементов в определенном порядке из множества, содержащего n элементов (число размещений):

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1).$$

Число способов выбрать k элементов из n -элементного множества без учета порядка (число сочетаний):

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}.$$

Число способов выбрать k элементов в определенном порядке из n -элементного множества, причем один и тот же элемент можно брать несколько раз (число размещений с повторениями):

$$n^k.$$

Число способов выбрать k элементов из n -элементного множества без учета порядка, причем один и тот же элемент можно брать несколько раз (число сочетаний с повторениями):

$$C_{n+k-1}^k.$$